

## Тренировочная работа №3 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

16 февраля 2022 года

Вариант МА2110311

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

В системе Статград Вашему вниманию предлагаются комплекты [кратких диагностических работ](#) (10-15 минут), отражающих содержание основных тем школьной программы по математике для 6-11 классов.

### Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

**Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

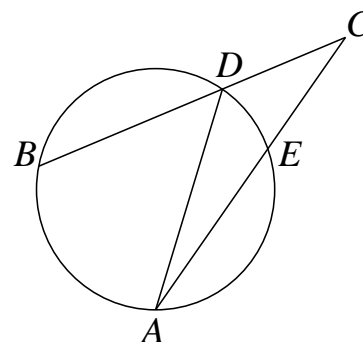
- 1** Решите уравнение  $\frac{x+3}{5x-1} = \frac{x+3}{3x-9}$ . Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Конкурс исполнителей проводится в 4 дня. Всего заявлено 60 выступлений: по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 6 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что выступление исполнителя из России состоится в третий день конкурса?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Найдите угол  $ACB$ , если вписанные углы  $ADB$  и  $DAE$  опираются на дуги окружности, градусные меры которых равны соответственно  $98^\circ$  и  $32^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

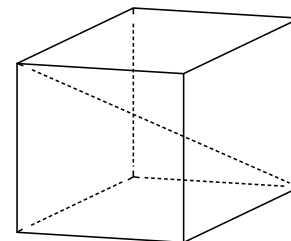


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** Найдите значение выражения  $\log_{0,25} 3,2 + \log_{0,25} 5$ .

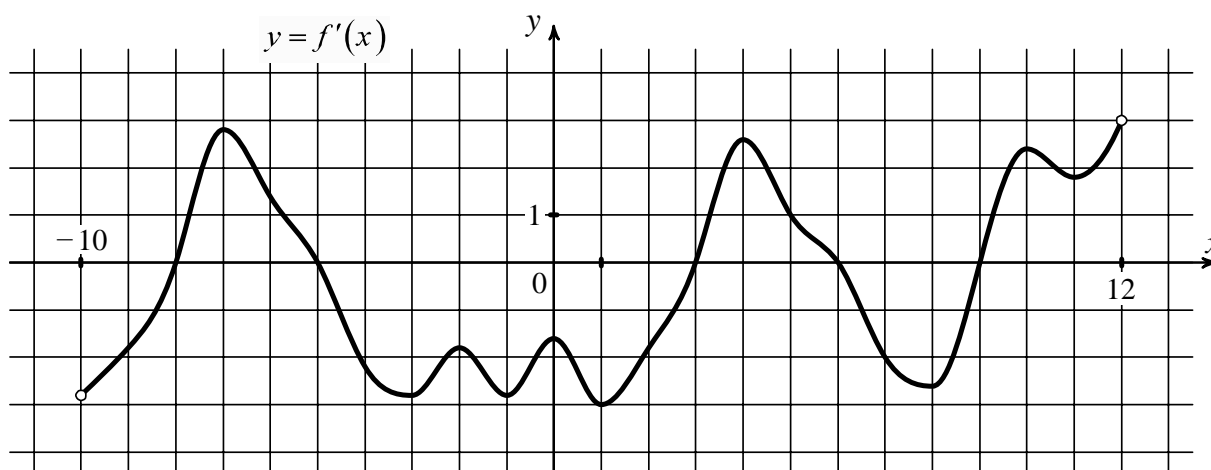
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Диагональ куба равна 13. Найдите площадь полной поверхности куба.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-10; 12)$ . Найдите количество точек минимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-9; 10]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

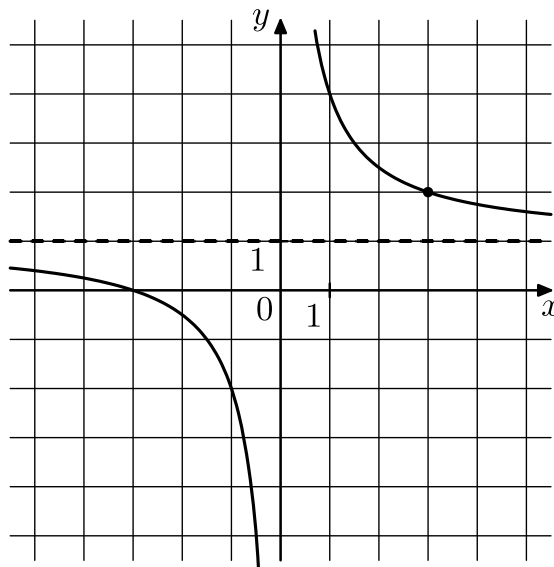
- 7 Груз массой  $0,8$  кг колеблется на пружине. Его скорость  $v$  меняется по закону  $v = v_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$ , где  $t$  — время с момента начала колебаний,  $T = 24$  с — период колебаний,  $v_0 = 0,3$  м/с. Кинетическая энергия  $E$  (в джоулях) груза вычисляется по формуле  $E = \frac{mv^2}{2}$ , где  $m$  — масса груза в килограммах,  $v$  — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 9 секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 15 км/ч. Через час после него со скоростью 14 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 3 часа после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9** На рисунке изображён график функции  $f(x) = \frac{k}{x} + a$ . Найдите, при каком значении  $x$  значение функции равно 0,8.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45 % этих стёкол, вторая — 55 %. Среди стекол, произведенных на первой фабрике, 3 % имеют дефекты. Вторая фабрика выпускает 1 % дефектных стекол. Все стекла поступают в продажу в магазины запчастей. Найдите вероятность того, что случайно выбранное стекло окажется с дефектом.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** Найдите точку максимума функции  $y = \frac{x^2 - 4x + 9}{3x^2 + 6}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

12 а) Решите уравнение  $\sin x + \cos x - \operatorname{tg} x = 1$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ .

13 Основанием пирамиды  $SABCD$  является квадрат  $ABCD$ . Высота пирамиды проходит через точку  $D$ ,  $M$  — середина бокового ребра  $SC$ . Угол между прямыми  $AM$  и  $BC$  равен  $30^\circ$ .

а) Докажите, что  $CD : SD = \sqrt{3}$ .

б) Найдите расстояние от точки  $D$  до плоскости  $ABS$ , если сторона основания пирамиды равна 6.

14 Решите неравенство  $\left(\frac{1}{x^2 - 9x + 14} - \frac{x - 2}{7 - x}\right)\sqrt{x^3 - 10x^2 + 21x} \leq 0$ .

15 По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 8 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 6 % в первый год и на целое число  $n$  процентов во второй год. Найдите наименьшее значение  $n$ , при котором за два года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных вкладов.

16 Прямая, проходящая через середину  $M$  стороны  $BC$  треугольника  $ABC$ , пересекает сторону  $AC$  в точке  $K$ , причём  $\angle CMK = \angle BAC$ .

а) Докажите, что  $\angle BAM = \angle BKM$ .

б) Найдите медиану  $MN$  треугольника  $CKM$ , если  $BC = 6$ ,  $AB = \sqrt{35}$ ,  $CK = 2$ .

- 17** Найдите все **положительные** значения  $a$ , при каждом из которых уравнение
- $$2a^x \cdot \log_2^2 |a - 2| = a^{2x} + 16$$
- имеет хотя бы одно решение.

- 18** На доске написали несколько не обязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма этих чисел оказалась равной 429. Затем в каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры (например, число 17 заменили на число 71).
- а) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 4 раза больше, чем сумма исходных чисел?
- б) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 3 раза больше, чем сумма исходных чисел?
- в) Найдите наибольшее возможное значение суммы получившихся чисел.

# Тренировочная работа №3 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

16 февраля 2022 года

Вариант МА2110312

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

В системе Статград Вашему вниманию предлагаются комплекты [кратких диагностических работ](#) (10-15 минут), отражающих содержание основных тем школьной программы по математике для 6-11 классов.

## Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

**Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

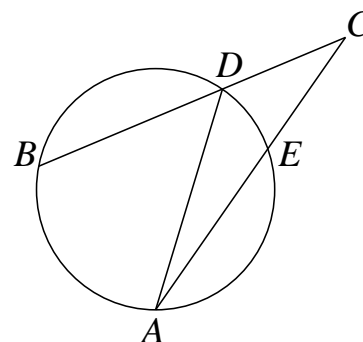
- 1** Решите уравнение  $\frac{x+5}{4x-5} = \frac{x+5}{3x-11}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Конкурс исполнителей проводится в 6 дней. Всего заявлено 75 выступлений: по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 15 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что выступление исполнителя из России состоится в четвёртый день конкурса?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Найдите угол  $ACB$ , если вписанные углы  $ADB$  и  $DAE$  опираются на дуги окружности, градусные меры которых равны соответственно  $104^\circ$  и  $28^\circ$ . Ответ дайте в градусах.



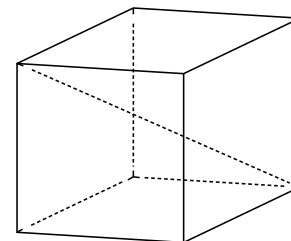
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** Найдите значение выражения  $\log_{0,5} 0,32 + \log_{0,5} 25$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



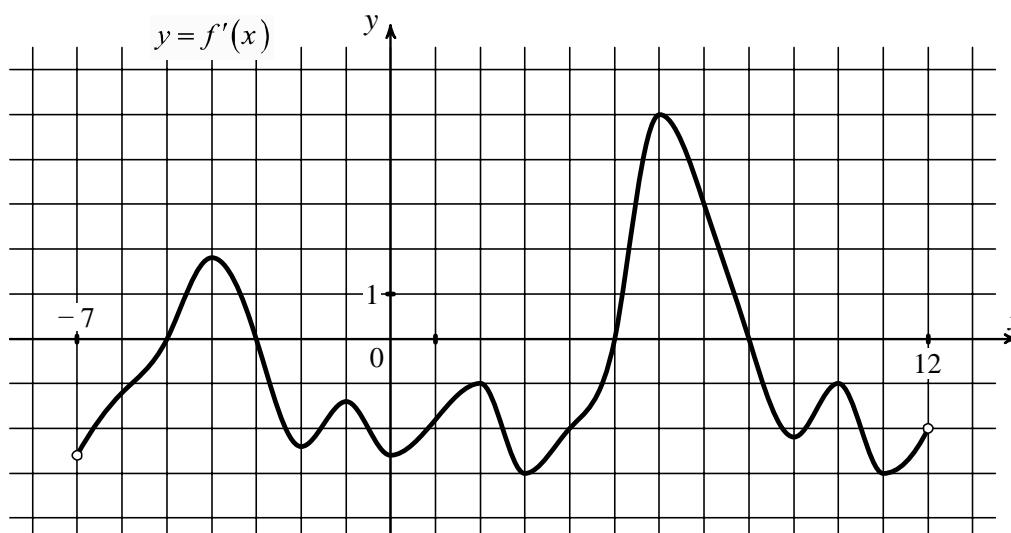
- 5 Диагональ куба равна 11. Найдите площадь полной поверхности куба.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-7; 12)$ .

Найдите количество точек минимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-6; 7]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

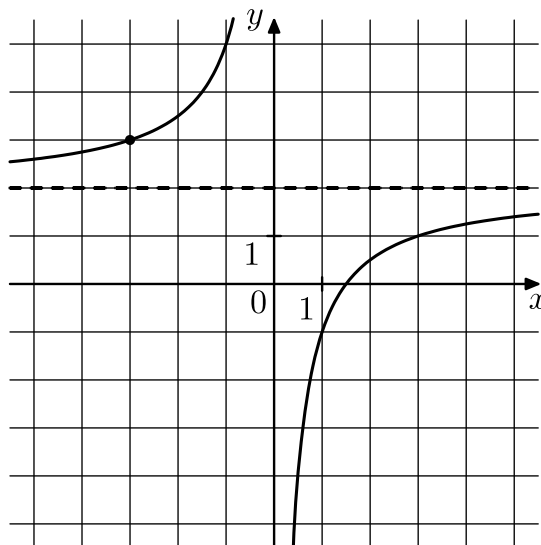
- 7 Груз массой 0,4 кг колеблется на пружине. Его скорость  $v$  меняется по закону  $v = v_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$ , где  $t$  — время с момента начала колебаний,  $T = 18$  с — период колебаний,  $v_0 = 1,2$  м/с. Кинетическая энергия  $E$  (в джоулях) груза вычисляется по формуле  $E = \frac{mv^2}{2}$ , где  $m$  — масса груза в килограммах,  $v$  — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 6 секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 18 км/ч. Через час после него со скоростью 16 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 4 часа после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9** На рисунке изображён график функции  $f(x) = \frac{k}{x} + a$ . Найдите, при каком значении  $x$  значение функции равно 2,2.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 60 % этих стёкол, вторая — 40 %. Среди стекол, произведенных на первой фабрике, 3 % имеют дефекты. Вторая фабрика выпускает 1 % дефектных стекол. Все стекла поступают в продажу в магазины запчастей. Найдите вероятность того, что случайно выбранное стекло окажется с дефектом.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** Найдите точку максимума функции  $y = \frac{x^2 - 16x + 1}{5x^2 + 1}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

12) а) Решите уравнение  $\operatorname{tg} x + \sin x - \cos x = 1$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

13) Основанием пирамиды  $SABCD$  является квадрат  $ABCD$ . Высота пирамиды проходит через точку  $D$ ,  $M$  — середина бокового ребра  $SC$ . Угол между прямыми  $AM$  и  $BC$  равен  $30^\circ$ .

а) Докажите, что  $CD : SD = \sqrt{3}$ .

б) Найдите расстояние от точки  $D$  до плоскости  $ABS$ , если сторона основания пирамиды равна 10.

14) Решите неравенство  $\left(\frac{1}{x^2 - 10x + 9} - \frac{x-1}{9-x}\right)\sqrt{x^3 - 12x^2 + 27x} \leq 0$ .

15) По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 6 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 5 % в первый год и на целое число  $n$  процентов во второй год. Найдите наименьшее значение  $n$ , при котором за два года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных вкладов.

16) Прямая, проходящая через середину  $M$  стороны  $BC$  треугольника  $ABC$ , пересекает сторону  $AC$  в точке  $K$ , причём  $\angle CMK = \angle BAC$ .

а) Докажите, что  $\angle BAM = \angle BKM$ .

б) Найдите медиану  $MN$  треугольника  $CKM$ , если  $BC = 4$ ,  $AB = \sqrt{42}$ ,  $CK = 1$ .

17) Найдите все **положительные** значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$2a^x \cdot \log_3^2 |a-1| = a^{2x} + 16$$

имеет хотя бы одно решение.

**18**

На доске написали несколько не обязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма этих чисел оказалась равной 462. Затем в каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры (например, число 17 заменили на число 71).

а) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 4 раза больше, чем сумма исходных чисел?

б) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 2 раза больше, чем сумма исходных чисел?

в) Найдите наибольшее возможное значение суммы получившихся чисел.